МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ДОНЕЦКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ:
проректор по научно-методической
и учебной работе
_____ Е.И. Скафа
«21» апреля 2021 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «НЕРАВЕНСТВА»

практико-ориентированная дисциплина

Направление подготовки:	01.03.01 Математика
Профиль подготовки:	Математика
Образовательная программа:	Бакалавриат
Квалификация:	Академический бакалавр
Форма обучения:	очная

Донецк 2021

УТВЕРЖДАЮ:
Декан факультета математики и информационных технологий
_____ Моисеенко И.А.
подпись
«20» апреля 2021 г.
МП

Рабочая программа учебной дисциплины «Неравенства» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «10» января 2018 г. № 8; Государственного образовательного стандарта высшего образования (ГОС ВО) Донецкой Народной Республики (ДНР) (проекта) по направлению подготовки 01.03.01 Математика; Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки Донецкой Народной Республики от 10.11.2017 г. № 1171 (с изменениями и дополнениями); учебного плана и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика», разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:
Доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений, к.ф.-м.н. _____ А.Ю. Иванов

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 9 от «23» марта 2021 г.

Заведующий кафедрой _____ В. В. Волчков

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий

Протокол № 4 от «14» апреля 2021 г.

Председатель учебно-методической комиссии
факультета математики и информационных технологий_____ Л. И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Неравенства» является практико-ориентированной дисциплиной и относится к вариативной части образовательной программы. Для изучения данной учебной дисциплины необходимы знания и умения, формируемые *предшествующими дисциплинами – математический анализ, комплексный анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения*. Знания и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Неравенства» являются основой для изучения *последующих* дисциплин: специальные курсы; используются при написании выпускной квалификационной работы.

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Характеристика учебной дисциплины	Форма обучения	
	Очная	Заочная
Направление подготовки	01.03.01 Математика	
Профиль	Математика	
Образовательная программа	Бакалвриат	
Квалификация	Академический бакалавр	
Количество содержательных модулей и тем	1(3)	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	Вариативной части	
Формы контроля	1 модульный контроль, экзамен в 7-м семестре	
Год подготовки	4	
Семестр	7	
Количество зачетных единиц	4	
Количество часов всего	144	
в т.ч.: - лекционных	28	
- практических или семинарских	42	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	74	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов	10	
в т. ч.: - аудиторных	5	
- самостоятельной работы студента	5	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель изучения дисциплины «Неравенства» – подготовка к изучению некоторых разделов математического анализа, специальных курсов. Ознакомление студентов с полезными и важными неравенствами, изучение которых не входит в основные курсы анализа, а также демонстрация возможностей их использования в математическом и функциональном анализе, дифференциальных уравнениях. Развитие у студентов логического мышления, математической интуиции и культуры.

Задачи: выработать умение использовать и узнавать различные классические неравенства в научно-исследовательских задачах.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Неравенства» направлен на формирование элементов следующих **компетенций** в соответствии с ФГОС ВО РФ, ГОС ВО ДНР (проект) по направлению подготовки 01.03.01

Математика и основной профессиональной образовательной программы высшего образования направления подготовки 01.03.01 Математика, профиля: «Математика»:

Общепрофессиональные компетенции (ОПК):	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-2	Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении
ОПК-3	Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики
Профессиональные компетенции (ПК)	
ПК-2	Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика»
ПК-3	Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам

Индикаторы достижения компетенций и **результаты обучения** Достижение компетенций оценивается на основе таких индикаторов и соответствующих им результатов обучения:

Общепрофессиональные компетенции	**Индикаторы**	**Результаты обучения**
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1_.И-1. Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем математики	Знает классические неравенства
		Знает методы доказательств неравенств
		Умеет доказывать неравенства, используя метод математической индукции, основные классические неравенства и средства математического анализа
		Умеет решать неравенства различного характера
ОПК-2. Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2_.И-1. Умеет модифицировать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике	Знает применения неравенств в различных областях математики
		Знает определения и свойства средних
		Умеет использовать и узнавать различные классические неравенства в научно-исследовательских задачах
		Умеет применять классические неравенства и методы их доказательства в различных областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания
ОПК-3. Способен использовать в	ОПК-3_.И-1. Умеет использовать в	Знает набор основных неравенств используемых при решении школьных математических олимпиад

педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	педагогической деятельности научные знания в сфере математики	Знает способы применения классических неравенств при решении олимпиадных задач по математике
		Умеет применять и модифицировать классические неравенства при решении задач математических олимпиад
		Умеет комбинировать классические неравенства при решении олимпиадных задач.

Профессиональные компетенции	**Индикаторы**	**Результаты обучения**
ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика» (профстандарт 01.001 «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)». ТФ В/03.6)	ПК-2__.И-1. Контролирует и оценивает работу обучающихся на учебных занятиях и самостоятельную работу	Знает классические неравенства и методы их доказательства
		Знает применения неравенств в различных областях математики
		Знает определения и свойства средних
		Умеет комбинировать классические неравенства при построении цепочек неравенств
		Умеет использовать и узнавать различные классические неравенства в научно-исследовательских задачах
ПК-3. Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам (профстандарт 01.003 «Педагог дополнительного образования детей и взрослых». ОТФ А.6)	ПК-3__.И-1. Демонстрирует умение готовить обучающихся к участию в конкурсах, конференциях, олимпиадах	Знает набор основных неравенств используемых при решении школьных математических олимпиад
		Знает способы применения классических неравенств при решении олимпиадных задач по математике
		Умеет применять и модифицировать классические неравенства при решении задач математических олимпиад
		Умеет комбинировать классические неравенства при решении олимпиадных задач.

4. ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Неравенства» предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельную работу студентов.

Материал излагается с использованием объяснительно-иллюстративных, эвристических и исследовательских методов преподавания. При проведении лекций и практических занятий используются раздаточные материалы, специальное оборудование.

В учебном процессе широко применяются активные и интерактивные формы проведения занятий (разбор конкретных ситуаций, дискуссия, полемика), внеаудиторная самостоятельная работа, балльно-рейтинговая система оценки успеваемости, личностно-ориентированное обучение, проблемное обучение. В учебном процессе используются интернет-ресурсы по данному курсу; самостоятельная работа; контрольные работы.

Самостоятельная работа студентов предусматривает подготовку к практическим занятиям, подготовку конспектов по отдельным вопросам изучаемых тем, изучение учебной и методической литературы, аннотаций статей.

Тематический план дисциплины «Неравенства»

Темы	Вопросы темы
Содержательный модуль 1.	
1. Основные неравенства*	1.1.Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, различные доказательства. 1.2.Неравенства Юнга, Минковского Гельдера. 1.3.Неравенства для дифференциальных операторов, неравенства Секефальви-Надя. 1.4.Неравенство Беккенбаха. 1.5.Неравенство Стеффенсена.
2. Вокруг принципа максимума модуля*	2.1.Доказательство Ландау принципа максимума модуля. 2.2.Неравенство Коши, теорема Лиувилля, лемма Бернштейна о росте полиномов.
3. Элементарные средние значения*	3.1.Обычные средние, взвешенные средние. 3.2.Обобщения классических неравенств. 3.3.Суммы $\sigma_r(a)$. 3.4.Неравенство Чебышева, неравенство Виртингера.

Структура дисциплины «Неравенства» по видам учебной деятельности

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов							
	Очная форма обучения				Заочная форма обучения			
	Всего	в т.ч.			Всего	в т.ч.		
		Лекции	Практические	Самостоятельная работа		Лекции	Практические	Самостоятельная работа

Содержательный модуль 1.								
1.Основные неравенства*	76	16	22	38				
2.Вокруг принципа максимума модуля*	20	4	4	12				
3.Элементарные средние значения*	48	8	16	24				
Итого по содержательному модулю 1	144	28	42	74				
Всего часов	144	28	42	74				

5. ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ, ПРАКТИЧЕСКИХ И ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Классические неравенства	8	
2	Различные приложения анализа	2	
3	Неравенства для дифференциальных операторов	2	
4	Неравенства Стеффенсена, Беккенбаха, Виртингера	4	
5	Принцип максимума модуля. Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана	4	
6	Обыкновенные и взвешенные средние	4	
7	Сумма $\sigma_r(a)$ и ее свойства	4	
Всего		**28**	

Тексты лекций приведены в материалах дистанционного курса на платформе Moodle университета: *Неравенства 01.03.01*

http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=617

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Неравенство Коши	4	
2	Неравенства Бернулли и Коши-Буняковского	2	
3	Неравенства Йенсена и Юнга	2	
4	Неравенства Минковского и Гельдера	2	
5	Различные приложения анализа	2	
6	Неравенства для дифференциальных операторов	4	
7	Неравенство Коши доказательство Бора, Якобсталя, Элерса	2	
8	Неравенства Стеффенсена, Беккенбаха	2	
9	Неравенство Виртингера	2	
10	Принцип максимума модуля	2	
11	Неравенство Коши для коэффициентов ряда Лорана	2	
12	Обыкновенные и взвешенные средние	2	
13	Предельные теоремы для $M_r(a)$	2	
14	Неравенство Гельдера в терминах взвешенных средних	4	
15	Теорема об упорядочивании значения $M_r(a)$ по его индексу	2	
16	Сумма $\sigma_r(a)$ и ее свойства	2	
17	Неравенство Минковского в терминах взвешенных средних	2	
18	Неравенство Чебышева	2	

Всего	**42**	

Планы (практических, семинарских) занятий с указанием рассматриваемых вопросов и выполняемых заданий приведены Тексты лекций приведены в материалах дистанционного курса на платформе Moodle университета: *Неравенства 01.03.01*

http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=617

6. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№ п/п	Название темы	Количество часов	
		Очная форма	Заочная форма
1	Неравенство Коши	10	
2	Неравенство Бернулли	8	
3	Неравенства Коши-Буняковского	10	
4	Неравенство Йенсена	10	
5	Вокруг принципа максимума модуля	12	
6	Задачи на применение взвешенных средних	12	
7	Решение комбинированных задач	12	
Всего		**74**	

Содержание самостоятельной (в т.ч. индивидуальной) работы по темам и методические рекомендации по ее выполнению приведены Тексты лекций приведены в материалах дистанционного курса на платформе Moodle университета: *Неравенства 01.03.01*

http://dl-test.donnu-support.ru/course/view.php?id=617

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Содержательный модуль 1

1. Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим, его различные доказательства.
2. Пропорциональные последовательности. Обыкновенные средние. Взвешенные средние.
3. Неравенства Чебышева, Виртингера, Гельдера, Минковского, Юнга, Беккенбаха, Стеффенсена, Бернулли, Коши-Буняковского, Йенсена
4. Неравенство связывающее u, u', u''.
5. Принцип максимума модуля. Доказательство Ландау. Неравенство Коши роста коэффициентов ряда Макларена голоморфной функции. Теорема Лиувилля.
6. Теорема о соотношении геометрического среднего и элементарных средних.

8. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Образовательная программа: бакалавриат
Направление подготовки: 01.03.01 Математика
Профиль: Математика

Очная форма обучения. Семестр: *Седьмой*
Учебная дисциплина: _Неравенства___

Модульная контрольная работа

Вариант № n

1) Найти решения $\sqrt{x^2-2x} \geq 4-x$
2) При условии, что $a,b,c \geq 0, a+b+c=1$. Доказать $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$
3) $a,b \in [-1;1]$,доказать, что $a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2} \leq 1$
4) Доказать неравенство $\sqrt{n} < 1+\frac{1}{\sqrt{2}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}, n>1$
5) $a,b,c \geq 0$ такие, что $abc \geq 1$, доказать что $a^3+b^3+c^3 \geq ab+ac+bc$
6) $a,b,c > 0$, доказать, что $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$

9. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЯ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

Номер задания	Количество баллов
1	6
2-3	7
4-6	10
Всего	**50**

10. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Образовательная программа: бакалавриат
Направление подготовки: 01.03.01 Математика
Профиль: Математика
Очная форма обучения. Семестр: *Седьмой*
Учебная дисциплина: _Неравенства___

Экзаменационный билет № n

1) Неравенство связывающее u, u', u''.
2) Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим. Доказательство Коши.
3) Предельные теоремы элементарных средних
4) Неравенство Минковского в интегральной форме.
5) При условии, что $a,b,c \geq 0, a+b+c=1$. Доказать $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$.
6) $a,b>0$, доказать, что $\dfrac{a^4+a^2b^2+b^4}{3} \geq \dfrac{a^3b+ab^3}{2}$
7) Доказать неравенство $n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n, n>1$

.Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол № ___ от «____» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ Вит.В. Волчков
Экзаменатор _____ А.Ю. Иванов

11. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО ЗАДАНИЯ

Номер задания	Количество баллов
1-4	10
5-7	20
Всего	**100**

12. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа оценивается в 30 баллов и состоит в подготовке, а затем представлении доклада по темам занятий лекционного курса.

13. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ОБЩЕЙ УСПЕВАЕМОСТИ

Общая оценка знаний студентов по дисциплине проводится по 100-балльной шкале согласно таким критериям, приведенным в таблице ниже. Форма промежуточной самостоятельной работы выбирается преподавателем исходя из необходимостей текущего учебно-воспитательного процесса. Итоговое количество баллов выставляется как максимум из количества баллов набранных в течении содержательного модуля 1 и количества баллов набранных на экзамене.

Содержательные модули	**Вид работы**	**Баллы**
Содержательный модуль 1	Доклад	30
	Промежуточная самостоятельная работа	20
	Модульная контрольная работа	50
	Итого	**100**
Экзамен		**100**
Общий итог		**100**

Порядок оценивания учебных достижений обучающихся

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале	
		экзамен, дифференцированный зачет	зачет
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной аттестации	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

14. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонНУ (пр.Гурова 6). Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса ДонНУ (ауд.505).

В процессе обучения студенты имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине «Неравенства», размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ГОУ ВПО «ДонНУ». С использованием ресурсов платформы дистанционного образования также осуществляется текущий контроль знаний студентов на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

15. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
	Основная литература		
1.	Беккенбах, Э. Ф. Неравенства / Э. Беккенбах, Р. Беллман ; Пер. с англ.: Г. И. Басса и др. ; Под. ред. В. И. Левина. - М. : Мир, 1965. - 276 с.	3	-
2.	Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г. Харди, Д. Е. Литтльвуд, Г. Полиа ; Пер. с англ. В. И. Левина с доп. В. И. Левина и С. Б. Стечкина. - М. : Гос. изд-во иностр. лит., 1948. - 456 с.	1	-
	Дополнительная литература		
3.	Сборник задач по математическому анализу. [Т. 1] : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - М. : Наука, 1984. - 592 с.	55	-
4.	Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 5-е изд. - М. : Наука, 1981. - 543 с.	63	-

16. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

Конспект лекций, тексты индивидуальных заданий, книги и методические указания в электронном виде находятся по ссылке:

https://drive.google.com/drive/folders/0Bz84M0CUwqC8OVA0cE5PN00xMEE

17. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений);
4. Лицензии GPLдля свободного программного обеспечения: Антивирус Касперского, Libre Office, Adobe Acrobat Reader, xPDF, Paint.NET.

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202___ год. Протокол заседания кафедры № ___ от «___» _____ 202___ г.

Зав. кафедрой _____ _____
подпись ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202___ год. Протокол заседания кафедры № ___ от «___» _____ 202___ г.

Зав. кафедрой _____ _____
подпись ФИО

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры _____ без изменений на 202___ год. Протокол заседания кафедры № ___ от «___» _____ 202___ г.

Зав. кафедрой _____ _____
подпись ФИО